



Concurs Interjudețean de Matematică, "Matematica pentru toți", Ediția a II-a
Roman, 20.04.2016

Clasa a VII-a

1. Știind că $x = \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{18})^2} + \sqrt{(11 - \sqrt{2})^2}$, calculați:
$$Y = \sqrt{(1 + 2 + 3 + \dots + x)^2} - (1 + 2 + 3 \dots + x) - 54$$
.
2. Fie ABCD paralelogram, M mijlocul (AB), iar N mijlocul (DC). Dacă E și F sunt simetricile lui D și B față de M, respectiv N, să se arate că:
 - a) Punctele C, B, E sunt coliniare;
 - b) Dreptele AC, DB, EF, MN sunt concurente;
 - c) Dacă $(AC) \equiv (EF)$, atunci $FC \perp BC$.
3. Se consideră numerele $a = \frac{2n+1-\sqrt{4n+1}}{2}$, $b = \frac{2n+1+\sqrt{4n+1}}{2}$, $n \in \mathbb{N}$.
 - a) Să se arate că $\sqrt{ab + a + b} \in \mathbb{N}$;
 - b) Să se determine valorile lui n, $n < 100$, astfel încât numerele a și b să fie naturale.
 - c) Să se arate că între a și b se află cel mult un pătrat al unui număr natural.
4. Fie ΔABC , $D \in (BC)$ și $DE \perp AB$, $DF \perp AC$ cu $E \in (AB)$, $F \in (AC)$.
Arătați că valoarea maximă a produsului $DE \cdot DF$ este $\frac{1}{4} d(B, AC) \cdot d(C, AB)$ și precizați poziția punctului D pe (BC) pentru care acest maxim se realizează.