MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI NEAMȚ

ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU" - ROMAN

Concurs Interjudeţean de Matematică, "Matematica pentru toţi", Ediţia a II-a
Roman, 20.04.2016

CLASA a VIII-a

1. Fie funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+6$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-4x+12$. Aflaţi sinusul unghiului dintre reprezentările geometrice ale graficelor celor două funcţii.
2. Fie un corp format din piramidele patrulatere regulate VABCD, SABCD (V şi S de o parte şi de alta a planului (ABCD)), cu VA=AB=SA şi M, N, P, Q mijloacele segmentelor [VA],[VB],[VC], respectiv [VD].
   a) Demonstraţi că dreapta de intersecţie a planelor (SMQ) şi (ANP) este paralelă cu planul (ABC).
   b) Dacă $AP=\sqrt{10}$ cm, calculaţi volumul corpului.
3. Fie $E=\sqrt{x^2+y^2+4x+6y+13}$, $x,y\in\mathbb{R}$.
   a. Daţi două exemple de perechi de numere $(x,y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ astfel încât $E\in\mathbb{Z}$.
   b. Arătaţi că există o infinitate de perechi (x,y) de numere raţionale neîntregi astfel încât $E\in\mathbb{Z}$.
4. Un trofeu are forma unei piramide triunghiulare regulate DABC, de bază ABC şi este din sticlă transparentă. În interior este o altă piramidă triunghiulară regulată, VMNP, unde M, N şi P sunt mijloacele laturilor AB, BC respectiv AC iar vârful V aparţine înălţimii DO a piramidei mari (O este centrul triunghiului ABC).
   a. Calculaţi $\dfrac{VD}{VO}$ ştiind că raportul dintre volumul piramidei VMNP şi volumul piramidei DABC este 0,125.
   b. Pe partea exterioară a piramidei DABC a fost lipit un fir auriu, care porneşte din A, străbate toate feţele laterale ale piramidei, ajunge tot în A şi este de lungime minimă. Ştiind ca AD=$10\sqrt{2}$ cm şi m($\angle$BAD)=75°:
      i. Calculaţi lungimea firului.
      ii. Dacă P este punctul de intersecţie al firului cu muchia DB, aflaţi lungimea segmentului BP.