



ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU,,ROMAN
Strada Mihai Eminescu nr.27 loc. Roman, jud. Neamț
Tel – 0233 744 599 Fax – 0233 744 591
Contabilitate – 0233 722 411
m_eminescu_roman@yahoo.com www.scmeminescuroman.ro



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN NEAMȚ

Concurs Interjudețean de Matematică ,

, Matematica pentru toți ,,

Ediția a III – a

Roman 30.03.2017

Varianta 2

Clasa a VII - a

1) a) Fie $a, b, c \in R^*$, astfel încât $a + b + c = 0$.

Demonstrați că $\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left| \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right|$.

b) Demonstrați că numărul :

$x = \sqrt{\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{\frac{1}{1^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{\frac{1}{1^2} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{10^2}}$ este rațional.

2) Fie a și b numere reale. Arătați că :

a) $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$

b) $(a^2 - b^2)^2 + 2ab(ab - 3) + \frac{9}{2} \geq 0$.

3) În triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$ se construiește bisectoarea unghiului C , care intersectează latura AB în punctul D . Prin D se construiește $DE \perp BC$, $E \in BC$ și prin E se duce $EF \parallel CD$, $F \in AB$. Știind că $AB=36$ cm, calculați lungimea segmentului EF

4) Fie $ABCD$ trapez dreptunghic $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, $AB < CD$ și $AC \perp BD$. Punctele M și N sunt simetricile punctelor D și C față de punctul de intersecție a diagonalelor, iar $MP \perp CD$, $P \in AC$.

a) Arătați că $MADP$ este romb

b) Demonstrați că $MA \perp ND$ și $BP \perp PD$.



ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU", ROMAN
Strada Mihai Eminescu nr.27 loc. Roman, jud. Neamț
Tel – 0233 744 599 Fax – 0233 744 591
Contabilitate – 0233 722 411
m_eminescu_roman@yahoo.com www.scmeminescuroman.ro



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN NEAMȚ

Concurs Interjudețean de Matematică ,

, Matematica pentru toți ,,

Ediția a III – a

Roman 30.03.2017

Varianta 1

Clasa a VII -a

- 1) a) Arătați că $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$ este pătrat perfect, pentru orice x număr natural nenul.
b) Aflați numerele întregi x și y astfel încât $:9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 4^y - 2^{y+1} + 10 = 0$.

- 2) Arătați că dacă $1 \leq a \leq \frac{4}{3}, 1 \leq b \leq \frac{4}{3}, 1 \leq c \leq \frac{4}{3}$, atunci :
 - a) $0 \leq a\sqrt{4-3c} + b\sqrt{4-3a} + c\sqrt{4-3b} \leq 4$
 - b) $0 \leq ab\sqrt{4-3c} + bc\sqrt{4-3a} + ac\sqrt{4-3b} \leq a^2 + b^2 + c^2$

- 3) Fie ABCD-paralelogram și M-mijlocului AB. Știindcă $AC \perp DM, m(\sphericalangle DAC) = 60^\circ$ și $AD=a$, calculați în funcție de a , aria și perimetrul paralelogramului ABCD.

- 4) Fie $\triangle ABC$ oarecare, (AA' bisectoarea unghiului BAC ($A' \in BC$)) și punctele coliniare A, C, E ($C \in (AE)$); B, C, F ($B \in (CF)$) astfel încât $CE = AB$ și $BF = A'C$.
Demonstrați că AA' trece prin mijlocul segmentului EF.