



ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU,,ROMAN
Strada Mihai Eminescu nr.27 loc. Roman, jud. Neamț
Tel – 0233 744 599 Fax – 0233 744 591
Contabilitate – 0233 722 411
m_eminescu_roman@yahoo.com www.scmeminescuroman.ro



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN NEAMȚ

Concurs Interjudețean de Matematică ,

, Matematica pentru toți ,,

Ediția a III – a

Roman 30.03.2017

Varianta 1

Clasa a VIII - a

1. Fie funcția $f: R \rightarrow R$, de gradul întâi, cu proprietatea:

$$f(x) + 2f(2 - x) = -2x + 11, \forall x \in R.$$

- Determinați funcția;
- Determinați aria triunghiului determinat de graficul funcției și axele de coordonate;
- Determinați tangenta unghiului format de graficul funcției cu axa oy.

2. Fie $a, b, c \in (0, \infty)$. Arătați că:

a) $\frac{4}{a+b} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

b) $\frac{1}{c(a+b)} + \frac{1}{a(b+c)} + \frac{1}{b(a+c)} \leq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} + \sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}} + \sqrt{\frac{a^2+c^2}{2}} \right)$, știind că $a \cdot b \cdot c = 1$

3. Fie paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' cu $AB=a$, $BC=b$, $AA'=c$ și x distanța de la punctul A la planul (BDA').

a) Arătați că $x = \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}$;

b) Arătați că dacă $\frac{3}{x^2} = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2$, atunci paralelipipedul este cub.

4. Fie triunghiul ABC cu catetele $AB = 40$ cm și $AC = 30$ cm. În punctul O, piciorul perpendicularei duse din A pe (BC), se ridică perpendiculara $PO = 24$ cm pe planul (ABC). Calculați:

- Distanța dintre dreptele DE și AP, unde D și E sunt mijloacele laturilor (AB), respectiv (AC);
- $tg u$, unde u este măsura unghiului dintre planele (PAC) și (ABC);
- Distanța de la punctul O la planul (PAC).