Ministerul Educației Naționale | INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN NEAMȚ | ROMÂNIA | ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU"

Concurs Regional de Matematică „ Matematica pentru toţi "
Ediţia a IV - a
22 Martie 2018

Clasa a VII-a

Varianta 1

1) Fie N = $\sqrt{\overline{0,xy(z)} + \overline{0,yz(x)} + \overline{0,zx(y)}}$,unde x, y, z sunt cifre consecutive și $x < y < z$. Să se determine x, y, z astfel încât N să fie număr natural.
2) Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și expresia $E(a, b) = a^4 + a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$. Arătați că:
   a) dacă $a, b \in \mathbb{N}^*$, distincte, atunci $E(a, b) \geq 11$;
   b) $E(a, b) \geq 0, \forall a, b \in \mathbb{R}$.
3) Se consideră trapezul ABCD, cu $AB \parallel CD$, în care $[AB] \equiv [BC]$ și $CD = 2\,BC$. Dacă P este mijlocul lui $[CD]$ și $AC \cap BP = \{E\}$, iar $BD \cap AP = \{F\}$ și $\mathcal{A}_{AFB} = 84\sqrt{3}\ cm^2$, atunci:
   a) Arătați că triunghiul ADC este dreptunghic;
   b) Calculați aria triunghiului BEC.
4) În triunghiul ABC $(m(\sphericalangle A) = 90^0)$, bisectoarea unghiului *ACB* intersectează latura *AB* și înălțimea *AD*, $D \in BC$, în *M*, respectiv în *N*, iar bisectoarea unghiului *BAD* intersectează pe *BC* în *P*. Demonstrați că patrulaterul *AMPN* este romb.

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.

Ministerul Educației Naționale | INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN NEAMȚ | ROMÂNIA 1918-2018 | SĂRBĂTORIM ÎMPREUNĂ | ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU"

Concurs Regional de Matematică „ Matematica pentru toţi ”
Ediţia a IV - a
22 Martie 2018

Clasa a VII-a

Varianta 2

1) Să se arate că dacă

$$a = \sqrt{3-\sqrt{5}+\sqrt{9-4\sqrt{5}}} \text{ și } b = \sqrt{\sqrt{7}-1-\sqrt{11-4\sqrt{7}}},$$

atunci $\frac{2a-b}{a+2b}$ este un număr rațional.

2) Se consideră numerele întregi a, b și expresia

$$E(x) = x^2(a^2-2a+1) - 2x(a^2b-ab+a-1) + (a^2b^2+2ab+2).$$

a) Să se determine perechile de numere întregi (a, b) astfel încât $E(x)$ este pătrat perfect pentru orice $x \in \mathbb{Z}$.

b) Să se determine perechile de numere întregi (a, b) astfel încât $E(2)$ este pătrat perfect.

3) În triunghiul ABC, cu $AB \neq BC$, $(BD$ este bisectoarea unghiului B $(D \in AC)$ și paralela la BD prin punctul E, mijlocul laturii AC, intersectează pe AB în M și pe BC în N. Demonstrați că $[AM] \equiv [CN]$.

4) a) Fie $ABCD$ un trapez cu $AB \parallel CD$ în care $AC \cap BD = \{O\}$ și $AD \cap BC = \{Q\}$. Demonstrați că dreapta OQ conține mijloacele bazelor trapezului.

b)Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\sphericalangle BAC) = 90^0$ și $AB < AC$. Punctele M și N sunt situate pe laturile $[AB]$ și respectiv $[AC]$ astfel încât $AM \cdot AB = AN \cdot AC$. Paralela prin punctul M la dreapta BC intersectează segmentul AC în punctul P. Dacă $BP \cap CM = \{O\}$, arătați că $AO \perp MN$.

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.