



Ministerul Educației  
Naționale



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN NEAMȚ



ROMÂNIA  
1918-2018 | SĂRBĂTORIM ÎMPREUNĂ



ȘCOALA GIMNAZIALĂ  
"MIHAI EMINESCU"

**Concurs Regional de Matematică „Matematica pentru toți”**  
**Ediția a IV - a**  
**22 Martie 2018**

Clasa a VIII a

Varianta 2

1. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{mx}{3} - 1, m \in \mathbb{R}^*$ .

- Reprezentați grafic funcția și determinați aria triunghiului determinat de graficul funcției și axele de coordonate, pentru  $m=6$
- Aflați  $m$  știind că valoarea tangentei unghiului ascuțit format de graficul funcției  $f$  cu axa  $Ox$  este egală cu 1

2. a) Dacă  $a$  și  $b$  sunt numere reale, arătați că  $a^2 - ab + b^2 \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ .

b) Demonstrați că

$$\sqrt{x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2} + \sqrt{x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2} + \dots + \sqrt{x_n^2 - x_nx_1 + x_1^2} \geq x_1 + x_2 + \dots + x_n, \text{ oricare ar fi}$$

$x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}_+, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ . În ce caz avem egalitate?

3. Fie  $= \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{1}] + 1} + \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{2}] + 1} + \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{3}] + 1} + \dots + \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{2017}] + 1} + \frac{1}{2 \cdot [\sqrt{2018}] + 1}$ , unde  $[a]$

reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ . Determinați partea fracționară a lui  $x$ .

4. Fie triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ , iar punctul  $M$  exterior planului  $(ABC)$  astfel încât  $MB \perp AB$  și  $MC \perp AC$ . Fie  $N$  și  $P$  mijloacele segmentelor  $AM$ , respectiv  $BC$ , iar  $Q$  proiecția punctului  $M$  pe bisectoarea unghiului  $\widehat{MAB}$ .

Demonstrați că:

- $NQ \parallel (ABC)$
- $PN \perp NQ$

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 2 ore.