ŞCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU„ROMAN
Strada Mihai Eminescu nr.27 loc. Roman, jud. Neamţ
Tel – 0233 744 599 Fax – 0233 744 591
Contabilitate – 0233 722 411
m_eminescu_roman@yahoo.com www.scmeminescuroman.ro

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN NEAMŢ

romania2019.eu
Preşedinţia României la Consiliul Uniunii Europene

Concurs Regional de matematică " Matematica pentru toți "

Ediția a V – a

06.04.2019

Clasa a VII - a

Varianta 1

1. a) Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ astfel încât $a + b + c = 4\sqrt{2} - 8$. Demonstrați că

$\left|a + \sqrt{2}\right| + |b + 4| + |c - 3| \geq 5\sqrt{2} - 7$.

b) Fie numerele naturale a, b, c direct proporționale cu $\overline{bc}, \overline{ca}$, respectiv $\overline{ab}$. Arătați că numărul

$$n = \sqrt{\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{3a}{a+b+c} + \frac{6b}{a+b+c} + \frac{9c}{a+b+c}\right)} \in \mathbb{N}\,.$$

2. Demonstrați că nu există numerele naturale *a, b, c* $a > b > c$ cu proprietatea că $ab(a - b) + bc(b - c) + ca(c - a) = 2^{2015}$.

3. Considerăm ΔABC și ΔACD, având latura comună AC și interioarele disjuncte. Notăm cu G_1, respectiv G_2 centrele de greutate ale celor două triunghiuri. Fie $P \in (AB), PG_1 \cap (AC) = \{Q\}$, $QG_2 \cap (AD) = \{R\}$.

a) Demonstrați că $\frac{PB}{PA} + \frac{CQ}{QA} = 1$;

b) Arătați că $RP \parallel BD$.

4. Fie ΔABC dreptunghic în *A*, *AD* perpendicular pe *BC*, *DF* perpendicular pe *AB*, *DE* perpendicular pe *AC*, *FG* perpendicular pe *BC*, *EH* perpendicular pe *BC*. Construim G_1 simetricul lui *G* în raport cu *AB* și H_1 simetricul lui *H* în raport cu *AC*. Fie $GG_1 \cap HH_1 = \{P\}$. Demonstrați că :

a) Punctele G_1, F, E, H_1 sunt coliniare.

b) $\Delta PG_1H_1 \sim \Delta ABC$.

c) Determinați măsurile unghiurilor $\hat{B}$ și $\hat{C}$ astfel încât $\Delta PG_1H_1 \equiv \Delta ABC$.