



ȘCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU", ROMAN
Strada Mihai Eminescu nr.27 loc. Roman, jud. Neamț
Tel – 0233 744 599 Fax – 0233 744 591
Contabilitate – 0233 722 411
m_eminescu_roman@yahoo.com www.scmeminescuroman.ro



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN NEAMȚ

Concurs Regional de Matematică " Matematica pentru toți "

Ediția a VI – a

29.02.2020

Clasa a V - a

Varianta 1

1. Fie numerele $a = 7^{35}$, $b = 81^{27}$, $c = 4^{54}$ și $x = [5 \cdot 25^{12} : 125^8 - 16^4 : 2^{16} + (9^2)^7 : 3^{27} + 49^2 : 7^4]^{36}$.
 - a) Cu care dintre numerele a, b, c este egal x ?
 - b) Stabiliți dacă cel mai mare dintre numerele a, b, c este pătrat și cub perfect.
2. Fie numărul natural n . Numărul natural a se numește prietenul lui n dacă prin împărțirea lui a la n se obține câtul egal cu restul.
 - a) Arătați că 6063 este un prieten al numărului 2020.
 - b) Aflați câți prieteni are 2020.
 - c) Calculați suma tuturor prietenilor numărului 2020.
3. a) Un număr natural se numește *număr prim* dacă se împarte numai la două numere naturale: la 1 și la el însuși. Dați două exemple de numere prime și două exemple de numere care nu sunt prime.
 - b) Arătați ca numerele \overline{xy} și $n = 1 + x + y + \overline{xy} + \overline{yx} + \overline{xy}^2$ nu pot fi simultan numere prime.
4. a) Determinați ultimele două cifre ale numărului $a = 3^{2n} + 3$.
 - b) Arătați că $2^a + 7^a$ nu este pătrat perfect.

BAREM DE CORECTARE

1. a) Se calculează $x = (5 \cdot 5^{24} \cdot 5^{24} - 2^{16} \cdot 2^{16} + 3^{28} \cdot 3^{27} + 7^4 \cdot 7^4)^{36}$ 2 p

Se obține $x = 8^{36} = 2^{108} = 4^{54} = c$ 1 p

b) $b = 3^{108}$, $c = 2^{108} \Rightarrow c < b$ 1 p

$a = 7^{35}$, $c = 4^{54} = 8^{36} \Rightarrow a < c$ 1 p

Verificăm dacă b este pătrat perfect: $b = 81^{27} = 3^{108} = (3^{54})^2$, deci este pătrat perfect 1 p

Verificăm dacă b este cub perfect: $b = 81^{27} = 3^{108} = (3^{36})^3$, deci este cub perfect 1 p

2. a) $6063 = 2020 \cdot 3 + 3 \Rightarrow 6063$ este un prieten al numărului 2020. 1 p

b) Fie x un prieten al lui 2020. Rezultă $x = 2020 \cdot c + c$, $0 \leq c < 2020$.

Deoarece c poate lua 2020 valori, rezultă 2020 are 2020 prieteni 2 p

c) $x = 2021c$, $c < 2020$. Deci suma prietenilor lui 2020 este: 4 p

$$2021 \cdot (0+1+ \dots +2019) = 2021 \cdot 1010 \cdot 2019$$

3. a)

Numere prime: 2, 3, sau altele 1 p.

Numere care nu sunt prime: 4, 6 sau altele 1

b)

$$n = 1 + x + y + \overline{xy} + \overline{yx} + \overline{xy}^2 = 1 + x + y + 10x + y + 10y + x + \overline{xy}^2 =$$
 1 p.

$$= 1 + 12x + 12y + \overline{xy}^2$$
 1 p.

$1 + 12x + 12y$ este număr impar, orice valori ar avea cifrele x, y 1 p.

Dacă numărul \overline{xy} este prim, atunci este impar, deci \overline{xy}^2 este impar 1 p.

Atunci n este număr par, deci nu este prim. 1 p.

4. a) Notăm $zu(x)$ ultimele două cifre ale numărului x . Avem $a = 3^{2^n} + 3 = 9^n + 3$, de unde

$$zu(9^1 + 3) = 12, zu(9^2 + 3) = 84, zu(9^3 + 3) = 32, zu(9^4 + 3) = 64, zu(9^5 + 3) = 52, zu(9^6 + 3) = 44,$$

$$zu(9^7 + 3) = 72, zu(9^8 + 3) = 24, zu(9^9 + 3) = 92, zu(9^{10} + 3) = 04, zu(9^{11} + 3) = 12, \text{ etc.}$$

Observăm că ultimele două cifre se repetă din 10 în 10.

3 p

b) Din punctul a) deducem că numărul a este divizibil cu 4, adică $a = 4k$,

2 p

k număr natural. Notăm cu $u(x)$ ultima cifră a numărului x . Avem:

$$u(2^a + 7^a) = u(2^{4k} + 7^{4k}) = u(6 + 1) = 7$$

2 p

Deci, $2^a + 7^a$ nu este pătrat perfect.