ŞCOALA GIMNAZIALĂ "MIHAI EMINESCU" ROMAN
Strada Mihai Eminescu nr.27 loc. Roman, jud. Neamţ
Tel – 0233 744 599 Fax – 0233 744 591
Contabilitate – 0233 722 411
m_eminescu_roman@yahoo.com www.scmeminescuroman.ro

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN NEAMŢ

Concurs Regional de Matematică " Matematica pentru toți "

Ediția a VI – a

29.02.2020

Clasa a VI - a

Varianta 1

1. a) Determinați suma numerelor naturale n, n≤ 2020, pentru care $\frac{6n+10}{4} \in \mathbb{N}$.

b) Să se determine numerele naturale a, b, c, a căror suma este minimă, știind că a și b sunt direct proporționale cu $0{,}0(6)$și $0,(1)$ și b și c sunt invers proporționale cu $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{4}$.

2. Fie mulțimea $\mathrm{A} \subset \mathbb{N}$ cu proprietățile

   i) 22$\in \mathrm{A}$

   ii) dacă 3x+4 $\in \mathrm{A}$, atunci $\mathrm{x} \in \mathrm{A}$

   iii) daca $\mathrm{x} \in \mathrm{A}$ atunci $\{9\mathrm{x}+5, 9\mathrm{x}+6\} \subset \mathrm{A}$.

Să se arate că 2003 și 2004 $\in \mathrm{A}$.

3. Se dau [OA, [OB, [OC, [OD astfel încât [OB și [OC sunt în interiorul $\sphericalangle$AOC și respectiv în interiorul $\sphericalangle$BOD și [OM, [ON, [OP sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle$AOB, $\sphericalangle$COB și respectiv $\sphericalangle$COD. (B, C, D sunt situate de aceiași parte a dreptei OA).
   a) Arătați că $\sphericalangle AOC + \sphericalangle BOD = \sphericalangle AOD + \sphericalangle BOC$
   b) Dacă [ON este bisectoarea $\sphericalangle$MOP, arătați că $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle COD$.
4. În interiorul unghiului $\sphericalangle$AOB cu măsura de 140^0 , se consideră punctele C și D astfel încât C aparține interiorului unghiurilor $\sphericalangle$AOD. Dacă a, b, c sunt numere prime cu proprietatea că a +10b+6c=62 și $a \cdot \sphericalangle COD = b \cdot \sphericalangle AOC$ și $b \cdot \sphericalangle BOC = c \cdot \sphericalangle COD$, aflați măsurile unghiurilor $\sphericalangle$AOC , $\sphericalangle$COD și $\sphericalangle$DOB.

Barem de corectare și notare

1. a) $\frac{6n+10}{4}=\frac{3n+5}{2} \in \mathbb{N} \Longrightarrow 2/(3n+5)$..........1p

$\Longrightarrow$ n impar și n$\leq 2020 \Longrightarrow n \in \{1, 3, \dots \dots .2019\}$ 1p

$S = 1010^2$ 1p

b) a și b sunt direct proporționale cu $0{,}0(6)$și $0,(1) \Longrightarrow$ 5a=3b 1p

și b și c sunt invers proporționale cu $\frac{1}{3}$ și $\frac{1}{4}$ $\Longrightarrow$ 4b=3c 1p

$a=\frac{3b}{5}$ și $c=\frac{4b}{3}$, a și c sunt numere naturale $\Longrightarrow 15/b$ 1p

a+b+c minim $\Longrightarrow 15 = b, a = 9, c = 20$ 1p

2. 22$\in$ A, $22 = 9 \cdot 2 + 4 \Rightarrow 2 \in A$ 1p

24 = $9 \cdot 2 + 6 \Rightarrow 24 \in A$ 1p

222= $9 \cdot 24 + 6 \Rightarrow 222 \in A$ 1p

2003 = $9 \cdot 222 + 5 \Rightarrow 2003 \in A$ 2p

2004 = $9 \cdot 222 + 6 \Rightarrow 2004 \in A$ 2p

3. a) [OM, [ON, [OP sunt bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle COB$ și respectiv $\sphericalangle COD$ $\Rightarrow$

$\sphericalangle AOM = \sphericalangle MOB = x$, $\sphericalangle BON = \sphericalangle NOC = y$ și $\sphericalangle COP = \sphericalangle POD = z$ 1p

$\sphericalangle AOC = 2x + 2y$, $\sphericalangle BOD = 2y + 2z$

$\sphericalangle AOD = 2x + 2y + 2z$, $\sphericalangle BOC = 2y \Rightarrow \sphericalangle AOC + \sphericalangle BOD = \sphericalangle AOD + \sphericalangle BOC$ 2p

b) Dacă [ON este bisectoarea $\sphericalangle MOP$ atunci $\sphericalangle MON \equiv \sphericalangle NOP$, $\sphericalangle BON \equiv \sphericalangle NOC$

$\Rightarrow \sphericalangle MOB \equiv \sphericalangle COP$ 2p

$\sphericalangle MOB = \frac{\sphericalangle AOB}{2}$, $\sphericalangle COP = \frac{\sphericalangle COD}{2}$ $\Rightarrow \sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle COD$ 2p

4. a, b, c sunt numere prime cu proprietatea că a +10b+6c=62 $\Rightarrow a = 2, b = 3, c = 5$ 3p

$2 \cdot \sphericalangle COD = 3 \cdot \sphericalangle AOC$ și $3 \cdot \sphericalangle BOC = 5 \cdot \sphericalangle COD$

$\sphericalangle AOC = \frac{2 \cdot \sphericalangle COD}{3}$, $\sphericalangle BOC = \frac{5 \cdot \sphericalangle COD}{3}$ 1p

$\sphericalangle AOC = + \sphericalangle BOC = 140^0 \Rightarrow \sphericalangle COD = 60^0$, $\sphericalangle AOC = 40^0$ și $\sphericalangle DOB = 40^0$...........3p